國中數學奠基活動實施於課前教學

陳怡潔
國立臺北科技大學技術及職業教育研究所碩士生
蔡銘修
國立臺北科技大學技術及職業教育研究所助理教授

一、前言

數學是科學理論知識的語言，每一位國民都要有基本的數學素養能力（教育部，2016），學習數學語言人們才得以在科學領域中溝通、傳遞、思考及組織。數學作為中小學的基本學科之一，但是越高年級的中小學生展現出來對數學的學習興趣卻越顯得低落。

黃敏雄（2013）分析學生在四年級與八年級的數學成就表現，結果有兩項重要發現：一是臺灣學生小四到國二的數學能力表現大幅提升，達到進階國際標竿的比例由 16% 增為 45%；二是學生之間的數學表現差距拉大，數學成績落後的學生比例約增加為五倍。由上述的研究結果得知，同一屆的學生從小四到國二前段學生數學能力變好了，但在數學學習上落後的學生也增加了，從國小到國中階段數學學習的難度漸漸增高，而跟不上的學生最後的結果可能是放棄與被放棄，因此學習的落差只會越來越大。十二年國教數學課程綱要中提到同齡學生的數學認知發展會有個別差異，學生如果不能充分理解前一階段的概念，必然影響後續階段的學習（教育部，2016）。

為了改善此一現況，教育部於 2014 年執行「就是要學好數學（JUST DO MATH）」計畫迄今，主張以「數學奠基活動」激發學習興趣為目的，從課前就為學習準備不足的學生奠立數學學習之基礎。數學奠基活動是指在課前提供有趣的數學活動，對學習數學準備不足的學生，建立先備知識，奠定具象化的數學概念基礎（教育部，2014）。筆者參與此計畫中舉辦的數學活動師培訓課程，期望將數學奠基活動帶入校園，為需要奠基的學生做好課前的準備。

數學奠基活動根據 Bruner 的三種學習表徵：操作表徵、圖像表徵、符號表徵（張春興，2007），設計讓國小到國中學習階段的學生，可以用動手操作的方式，搭配具體圖像化的教具，學習符號化的數學內容。Dienes 提出數學概念可以經由六個階段逐步建立：自由玩耍、有規律遊戲、發現共同結構、圖像化、符號化、一般化（引自鄭肇楨，1982），數學奠基活動以學習六階段為基礎，將數學概念融入其中，讓學生在玩耍的同時從過程發現其中的數學結構，並學習用數學符號表示，最後將其一般化轉變成數學的通式；課程以遊戲、魔術的形式設計，同時也可激發學生的學習興趣。

有別於一般的課後補救教學，奠基活動是課前強化的補救教學。學生在學習中接觸到最抽象的概念就是數學，且有前後連貫的結構性，若先備基礎沒有建立好，後續概念則無法建構，因此數學基礎概念的奠定是非常重要的（林碧珍，1985）。趙曉美（2015）建議教師可在新單元尚未開始前，針對學生不足的先備知識，於課前給予補救，協助學生完成新單元學習前的準備。

筆者任教於新北市一所私立完全中學，發現多數學生學習數學的意願是越高年級越低落，學生認為數學越來越困難，許多跟不上學校課程的學生就選擇放棄。然而數學概念的學習是層層累積的，前段概念的學習必然影響後續階段，在面對抽象的數學概念時，若沒有適當媒介幫助學生思考來建構自我知識，則可能產生數學學習困難（洪郁雯，2006）。而數學奠基活動的主要精神是透過有趣的數學活動以及具體得操作在單元學習前為學生建立該單元的具象經驗，可做為學習前的補救教學。根據近幾年國內學者的研究，實施數學奠基活動能提升學生數學的學習成效及學習興趣（梁仲容、韓弘偉、黃建中，2014；蕭新雄，2017；蘇漢哲，2015），因此筆者實施數學奠基活動於教學對象上，希望在教學上能夠先建立起學生足夠的先備知識，幫助往後數學概念的學習；另一方面透過活潑有趣的學習內容，希望能激發學生對數學的學習興趣。筆者偕同校內參加數學活動師培訓課程的教師舉辦暑期好好玩數學營，參加對象為國一升國二學生，主要由各班教師推薦數學低成就及數學學習興趣低落的學生參加。

二、數學奠基活動實施

本次好好玩數學營共實施兩個數學奠基活動，活動皆是以小組的模式進行，將參加的學生隨機分為四人一組，學生透過分組的模式，同儕之間互相競爭也可以互相學習。

(一) 幾何釘板實驗活動

活動目的是透過「幾何釘板」操作，發展「邊長為無理數的正方形」之先備具體心像，搭配「平方根與畢氏定理」單元，建立根號數的概念，以利相關正式課程之進行。

活動一開始發給各小組幾何釘板實驗活動的道具（幾何釘板、橡皮筋、遊戲地圖、機會卡、命運卡、跳棋），幾何釘板活動是以大富翁的形式讓學生完成任務，學生收到道具後顯得興奮雀躍，對於活動進行的方式非常好奇，活動設計已經吸引到學生的注意力，接著教師講解活動規則時學生也能夠專注的聆聽。

接著由學生實際操作在幾何釘板上圍出指定面積大小的正方形（機會卡）如圖 1，以及在指定範圍內圍出各種面積大小不同的正方形（命運卡）如圖 2，讓學生能由具體的形體了解無理數的概念，完成題目任務即可得分前進，並將完成任務的圖形紀錄於學習單。

學生在釘板操作活動結束後，教師即引導學生根號數的概念，並且讓學生練習用根號數表示正方形邊長；進階教學利用學生畫出的正方形面積，讓學生觀察出根號數的數值，找出根號數值介於哪兩個連續整數之間。

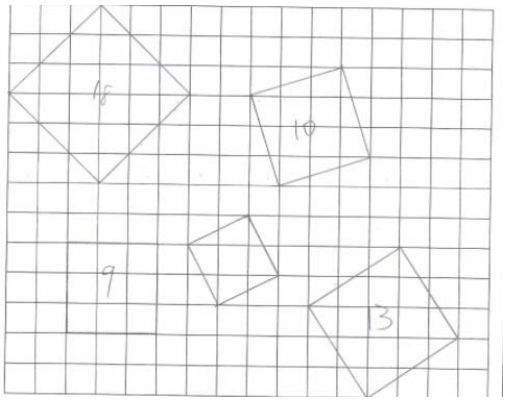

圖 1 幾何釘板學習單：圍出面積為 5、9、10、13、18 的正方形

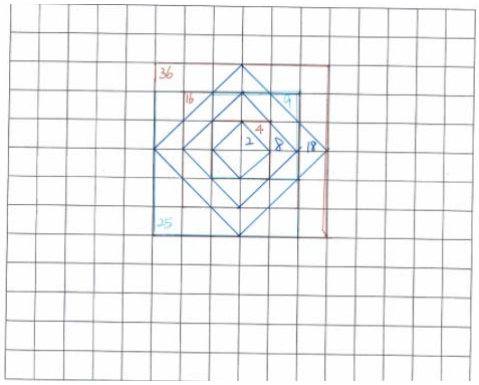

圖 2 幾何釘板學習單：在 6×6 範圍內圍出面積大小不同的正方形。

1. 學生的困難與學習

(1) 建立無理數邊長：學生對於要直接在釘板上圍出邊長為根號數的正方形一開始花了很多時間在嘗試，有些小組卡關無法進行下去。

(2) 跳脫整數邊長的概念：針對在指定範圍內圍出各種面積大小不同的正方形的任務，一開始學生只能圍出 1×1、2×2、3×3 等整數邊長，經過幾次回合後，學生練習至圍出「邊長為無理數的正方形」，才能有較多的變化。

(3) 互相協助完成任務：同組組員遇到有人卡關，會互相討論、互相教學，發揮合作的精神，在學生之間互相教學的過程，也會聽到「我圍出來了」這樣子喜悅的歡呼。

2. 教學檢討與省思

(1) 用畫圖方式找出邊長：活動開始前可以準備格子紙，利用正方形分割計算面積，讓學生先練習在格子紙上畫出邊長為根號數的正方形，也可以讓學生熟悉根號數的組成，待學生熟練後再正式進行小組活動。

(2) 可延伸教學導入畢氏定理：有些學生已經認識畢氏定理的公式，在遊戲中會教其他學生直接用畢氏定理算邊長，但是學生對於公式的原理一知半解，此活動也能銜接至畢氏定理的單元，作為進階教學，若活動時間足夠可以給予學生畢氏定理的完整概念。

3. 學生心得感想

用心思考主動探索：學生在活動的過程中，覺得自己是在玩大富翁，但是前進得分的條件是要完成機

會與命運的任務，他們會努力的完成自己的任務，在時間的限制下有學生提出：「時間太少了，我要想比較久。」活動進行的過程中，學生自己發現圖形跟畢氏定理有關，主動告訴筆者：「這可以用畢氏定理來算邊長。」、「這種正方形的邊長一定是斜的，不是整數。」，學生慢慢發現這些正方形邊長的特性，引發學生的探索與思考。以下是學生活動後的心得回饋：

S1：有些數學我根本還不懂，所以玩起來還蠻吃力的，不過我的夥伴人很好，很有耐心的教我。
S2：學習到團隊精神和良性競爭。
S3：會讓我更想要學習數學。
S4：可以由遊戲學到數學的畢氏定理，在過程中為了要贏，而絞盡腦汁覺得非常的快樂。
S5：抽到要用根號覺得有點難，如何快速解根號。

(二) 魔法數列活動

魔法數列活動搭配「等差數列」單元，由撲克牌的魔術表演做為課程的開始，教師利用事先準備好的撲克牌讓學生檢查牌堆是混亂的，透過技巧性的洗牌並且讓學生動手切牌，讓學生從看起來混亂但卻有其數列規律的撲克牌中抽走一張牌，接著教師猜中學生抽走那張牌的點數及花色，吸引學生的注意力，引發學生的好奇心，接著開始學生問答（S 代表學生，T 代表教師）：

S：可以洗牌嗎？
T：是。
S：撲克牌有排列過嗎？
T：是。
S：猜的牌跟前一張有關係嗎？
T：是。
S：可以讓我們洗牌嗎？
T：不行。
…
T：問答完如果沒有問題請你用單一花色練習猜牌魔術。

從學生跟教師一問一答的過程中，引導學生發現牌堆中的秘密。在活動中讓學生動手操作把混亂的撲克牌變成有規律的序列（點數花色），學習過程中學生用所得到的經驗去認識數列，藉由破解魔術的策略過程中體會規律在數列中的意義。活動的最後，教師邀請各組成功完成魔術的學生上台表演，並且解說牌堆數列的規律，台下的學生可以思考各種不同規律變化的數列。

1. 學生的困難與學習

不習慣用規律來推測數字：學生練習一種花色的排列還蠻輕鬆的，練習幾次就可以成功猜出被抽走的牌，但是增加到兩種花色 26 張牌的時候，很多人沒辦法完成，有些學生只是在死背數字，沒辦法用規律的數推測出猜牌的數字。

有技巧的洗牌才不會讓數列的規律亂掉：學生在活動中反映洗牌之後就沒辦法按照規律順序猜牌了，此時應先引導學生先思考「怎麼洗牌才不會讓排序亂掉呢？」

2. 教學檢討與省思

由淺入深的帶領學生思考：一開始可以引導學生利用最簡單的規律 12345……，練習魔術猜牌的手法後，再讓學生思考可不可以排出讓人看不出有排列順序的數列，在活動過程中需要多舉例不同規律的數列，讓學生有不同的發想。

3. 學生心得感想

思考更多不同規律的數列：開放學生排列撲克牌的時間，有些人跟組員討論，有些人自己低頭思考，排好數列後要練習變給組員看，有學生提出：「老師這樣排 1234 的順序一下子就被看穿了。」、「要記住數字的規則很難。」，學生對於有規律的數列還不熟悉無法快速的推測數字，但練習一段時間後，也開始有歡呼聲出現，學生變成小小魔術師，興奮的喊著：「老師老師，我變給你看！」以下是學生活動後的心得回饋：

S6：這很好玩，可以去思考說如何變出魔術，這樣的思考模式可以使我的腦袋更活用。
S7：很神奇但很難玩，難度五星。
S8：很難想到方法，不過想到會覺得非常的簡單。
S9：很困難，因為要同時在腦海中進行加減。
S10：懂了之後，可以變給家人看。

三、結語

數學奠基活動是讓學生從動手操作的過程中建立數學概念，藉由遊戲競賽、魔術的任務要求，讓學生與同儕討論如何完成題目，並且不自覺地思考數學概念。為了讓遊戲順利進行，在過程中學生會踴躍的發問，營隊講師加上觀課的教師，全都成了學生詢問解惑的對象。十二年國教數學課程綱要中提到教學上需藉由鷹架作用加以啟導，適時進行差異化教學及課程規劃，提供每位學生每節課都有感的學習活動機會（教育部，2016），筆者在這場活動中看到平時對數學興趣缺缺甚至有些懼怕數學的學生，也積極投入活動，並且主動跟組員討論，最後發出「喔，我懂了!」的讚嘆聲，筆者希望數學奠基活動可以燃起學生對數學的好奇心、主動探索的精神。亦期待未來在教學設計中，也能融入與各單元相關的奠基教學活動，為學生搭起學習的鷹架。

參考文獻

■ 林碧珍（1985）。數學概念的形成與學習。**國教世紀，21**（2），1-4。

■ 洪郁雯（2006）。具體表徵融入數學教學之探究。**屏東教大科學教育，23**，30-38。

■ 張春興（2007）。**教育心理學：三化取向的理論與實踐**。臺北市：東華。

■ 教育部（2014）。**就是要學好數學（JUST DO MATH）計畫。**

■ 教育部（2016）。**十二年國民基本教育課程綱要草案**。

■ 梁仲容、韓弘偉、黃建中（2014）。**小數奠基活動模組的補救教學之行動研究**（未出版之碩士論文）。國立臺南大學，臺南市。

■ 黃敏雄（2013）。十二年國教實施之前臺灣中小學生的數學表現：跨國、跨年級及跨屆比較。**中央研究院週報，1442**，3-5。

■ 趙曉美（2015）。補救教學 vs. 有效教學。**臺灣教育評論月刊，4**（4），21-25。

■ 鄭肇楨（1982）。應用田尼氏數學學習歷程於數學教學。**數學教學，5**，6-9。

■ 蕭新雄（2017）。**以奠基活動進行七年級一元一次方程式補救教學之行動研究**（未出版之碩士論文）。國立屏東大學，屏東縣。

■ 蘇漢哲（2015）。探討桌遊對於國中七年級數學科的學習成效─以整數的加減運算為例。**新竹縣教育研究集刊，16**。