

國小學生解題技巧學習診斷與表現分析之 適性學習輔導應用效益省思

許家驊

國立嘉義大學教育學系教授

一、前言

數學文字題解題是國小學生數學解題學習中重要的單元學習內容之一，數字文字題解題亦稱數學應用題解題，在國小學生的解題單元學習內容中呈現的主要形式以文字脈絡或再伴隨圖表呈現題意脈絡，因此對國小學生而言，解題時首先需要清楚理解整體題意脈絡，才能進行後續解題策略之擬定、執行及回顧（Mulcahy, Gagnon, Atkinson & Miller, 2023；Polya, 1957；Schurter, 2002）。

上述所謂清楚理解整體題意脈絡的心理運作歷程，涉及數學文字題解題研究文獻所提解題語意基模（semantic schema）的運作，因此以下先以國小學生數學文字題解題學習為例，來分析說明國小學生數學文字題解題學習內容的語意基模及解題技巧，再以其為基礎對應教育部（2014）十二年國民基本教育課程綱要實施要點之學習評量結果應用部份所提精神，「教師應依據學習評量結果與分析，診斷學生的學習狀態，據以調整教材教法與教學進度，並提供學習輔導（頁33）」，進行國小學生學習評量後之學習診斷與學習表現分類區別分析，並評估其適性學習輔導之應用效益，再據之提出應用上之省思。

二、解題學習內容與解題技巧

綜合學者們對解題語意基模（semantic schema）的觀點，數學文字題解題語意基模可分為單步驟及多步驟二類，在單步驟單則解題部份，Kintsch 與 Greeno（1985）、Marshall、Pribe 與 Smith（1987）、Fuson（1992）認為加減法分為比較型（compare）—比多及比少、改變型（change）—增加及減少、合併型（combine）—求整體及部份量、等化型（equalize）—取走及添入四型，而 Kouba（1989）、Verschaffel 等人（2007）認為乘除法可分等組（equal groups）乘、等量（equal measures）乘、包含（quotation）除、等分（partition）除四型。

在多步驟解題部份，依 Krulik 與 Rudnick（1989）、Marshall 等人（1987）、Fennell 與 Speer（2013）、Verschaffel 等人（2007）所提多步驟轉換（transform）題型涉及前述各題型合併運用原則，以二步驟多則解題為例，組合後有兩步驟連加如兩次合併型—求整體量，連減如兩次改變型—減少或兩次比較型—比多，連乘如等量乘及等組乘，連除如等分除及等分除，加減混合如一次改變型增加一次改變型減少或一次合併型求整體量一次改變型減少，乘除混合如等組乘及等分除、

等分除及等組乘，加減與乘混合如等組乘及改變減、合併加及等組乘，加減與除混合如合併加及等分除、等分除及比較減八型，可再歸納前四者為相同運算混合，後四者為不同運算混合，Peltier 與 Vannest（2016a）、Peltier 與 Vannest（2016b）、Peltier 與 Vannest（2018）、Powell（2011）的研究亦符合此觀點。

在上述解題基模的運作歷程中，Desoete 與 Roeyers（2005）認為學習者的解題技巧精熟程度也是重要的影響因子之一，綜合學者的研究結果，影響學習者的解題精熟表現的解題技巧大致可歸為二類，一為基本解題技巧，二為量數辨識技巧，前者如解題的識題、理解、計畫策略、實施及回顧檢核，後者如解題各量數訊息的分辨（Desoete & Roeyers，2005；Montague，1992；Montague、Warger 與 Morgan，2000）。在解題歷程中，解題基模的運作與解題技巧的運用二者密不可分，因此解題技巧是影響學習者的解題精熟表現重要因素之一。

三、解題技巧學習診斷與表現分析之適性學習輔導應用效益

若能以前述之解題技巧含基本解題、量數辨識二項組合技巧對國小學生在教學前的數學文字題解題表現高低進行解題技巧學習診斷分類，可分為具有解題技巧、具有基本解題技巧但量數辨識技巧較弱、具有量數辨識技巧但基本解題技巧較弱、解題技巧較弱四類。研究者曾以自編解題技巧學習評量針對 57 位國小一年級學生在解題教學前的數學文字題解題表現高低進行解題技巧學習診斷分類區別，再以基本解題、量數辨識二項組合技巧前測 T 分數進行技巧學習診斷分類，含平均數以上者為中偏高程度，平均數以下者為偏低程度共分四類，結果發現具有解題技巧 10 位、具有基本解題技巧但量數辨識技巧較弱 14 位、具有量數辨識技巧但基本解題技巧較弱 14 位、解題技巧較弱 19 位。

二類可各再精簡合併為二大群，解題技巧偏強 24 人、解題技巧偏弱 33 人。進行集群分析結果發現四類二大群初步結構，二大群估計人數為 24 人及 33 人，初步結構及人數均與分類向度結構相符，代表初步及最後分類與實際類別符合度良好，表示前述四項分類類別具有學習診斷分類區別之實務應用效益，如圖 1。

		解題技巧偏弱 33 人	解題技巧偏強 24 人
量數辨識技巧	平均數以上	3.具有量數辨識技巧但基本解題技巧較弱 14 人	1.具有解題技巧 10 人
	平均數以下	4.解題技巧較弱 19 人	2.具有基本解題技巧但量數辨識技巧較弱 14 人
		平均數以下	平均數以上
		基本解題技巧	

圖 1 解題技巧學習診斷向度分類圖

因此上述解題技巧學習診斷分類向度結構應可作為解題技巧適性學習輔導依據，第一類學生提供解題技巧自我充實活動，第二及三類學生依其弱項提供對應之解題技巧教導協助，第四類學生再次提供完整解題技巧教導協助。

若同樣以前述之解題技巧含基本解題、量數辨識二項組合技巧對國小學生在教學前後的數學文字題解題表現高低進行解題技巧學習表現分類，可分為極有潛力、富有潛力、具有潛力、稍有潛力四類。研究者曾以自編解題技巧學習評量針對 57 位國小一年級學生在解題教學前與教學後的數學文字題解題技巧表現高低進行解題技巧學習表現分類區別，再以二項解題技巧後測及後前測差異 T 分數進行學習表現分類，含平均數以上者為中偏高程度，平均數以下者為偏低程度共分四類，結果發現極有潛力 18 位、富有潛力 10 位、具有潛力 10 位、稍有潛力 19 位。

二類可各再精簡合併為二大群，學習潛力偏強 28 人、學習潛力偏弱 29 人。進行集群分析結果發現四類二大群初步結構，二大群估計人數為 28 人及 29 人，初步結構均與分類向度結構相符，代表初步及最後分類與實際類別符合度良好，表示前述四項分類類別具有學習表現分類區別之實務應用效益，如圖 2。

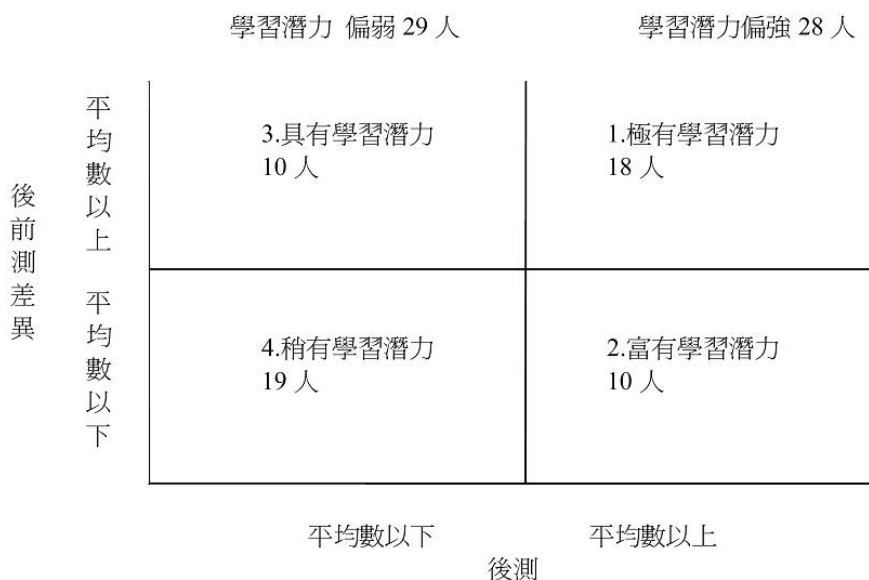


圖 2 解題技巧學習表現向度分類圖

因此上述解題技巧學習表現分類向度結構應可作為解題表現適性學習輔導依據，第一類學生提供解題自我充實活動，第二及三類學生依其弱項提供對應之解題教導協助，第四類學生再次提供完整解題教導協助。

四、解題技巧學習診斷與表現分析之適性學習輔導應用省思

以下分為三項進行說明：

(一) 解題技巧學習診斷與表現分析具有適性學習輔導所需之分類區分功能

依前述發現可知，研究發現之解題技巧學習診斷及表現分類區分架構，解題技巧學習診斷可分類區分為具有解題技巧、具有基本解題技巧但量數辨識技巧較弱、具有量數辨識技巧但基本解題技巧較弱、解題技巧較弱四類，且二類可各再精簡合併為二大群，解題技巧偏強、解題技巧偏弱二大群。

解題技巧學習表現可分類區分為極有潛力、富有潛力、具有潛力、稍有潛力四類，且二類可各再精簡合併為二大群，學習潛力偏強、學習潛力偏弱二大群。

上述解題技巧學習診斷及表現分類區分架構可作為適性差異化教學及提供學習輔導前之預備性與安置性評量分析基礎，亦即具有適性學習輔導所需之分類區分功能，可增進其實施效益。

（二）善用解題技巧學習診斷與表現分析以利提出適性學習輔導實施策略

依前述發現可知，教師若能同時運用上述解題技巧學習診斷與學習表現二種分類區別結果進行分析的話，將有助於了解學習者在各種學習診斷分類中之解題技巧學習潛力表現狀況，再依前述解題技巧學習診斷與學習表現分析結果提出對應之提出適性學習輔導實施策略，因此進行解題技巧學習診斷與學習表現分析有助於提出適性學習輔導實施策略。

（三）搭配解題教學進行學習診斷與表現分析以增進適性學習輔導實施效益

因此建議教師在進行國小學生的解題教學前後，可以先分析學習者需要學習之解題基模及解題技巧，之後於教學歷程前後，再針對學習者的解題表現進行解題技巧的學習診斷與學習表現分類區別，接著運用上述解題技巧學習診斷與學習表現二種分類區別結果進行分析，如此將能增進教師同時了解國小學生解題表現之學習診斷分類及教學後之學習者解題技巧學習潛力表現變化，再依其解題技巧學習診斷與表現分析分類區分結果提出相對應之適性學習輔導策略。

基於上述，教師即能依國小學生解題表現之學習診斷分類及教學後之學習者解題技巧學習潛力表現變化狀況，針對國小學生提供如同前項所述之解題適性學習輔導，如此將有助於提升學生整體解題學習表現之精熟程度。

若能如此，將能達成教育部（2014）十二年國民基本教育課程綱要實施要點之學習評量結果應用部份所提，教師應依據學習評量結果，分析診斷學生學習狀態，調整教學內容及活動，並提供學習輔導之目標。

參考文獻

- 教育部（2014）。十二年國民基本教育課程綱要。臺北：教育部。
- Desoete, A., & Roeyers, H. (2005). Cognitive skills in mathematical problem solving in grade 3. *British Journal of Educational Psychology*, 75, 119-138.
- Fennell, F. M., & Speer, W. R. (2013). *Defining mathematics education : Presidential yearbook selections 1926-2012: Seventy-fifth yearbook*. Reston, VA : National Council of Teachers of Mathematics.
- Fuson, K. C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. In D. A. Grouws (Eds.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A*

project of the national council of teachers of mathematics (pp. 39-48). Macmillan.

- Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129.
- Kouba, V. L. (1989). Children's solution strategies for equivalent set multiplication and division word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 147-158.
- Krulik, S. K., & Rudnick, J. A. (1989). *Problem solving: A handbook for senior high school teachers*. Allyn & Bacon.
- Marshall, S. P., Pribe, C. A., & Smith, J. D. (1987). *Schema knowledge structures for representing and understanding arithmetic story problems* (Tech. Rep. Contract No. N00014-85-K-0061). Arlington, VA: Office of Naval Research. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 281 716)
- Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of Learning disabilities*, 25(4), 230-248.
- Montague, M., Warger, C., & Morgan, T. H. (2000). Solve it! strategy instruction to improve mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research and Practice*, 15(2), 110-116.
- Mulcahy, C. A., Gagnon, J. C., Atkinson, V. S., & Miller, J. A. (2023). Self-regulated strategy development for algebra problem solving. *Teaching Exceptional Children*, xx(x), 1-11.
- Peltier, C., & Vannest, K. J. (2016a). Schema-based strategy instruction and the mathematical problem-solving performance of two students with emotional or behavioral disorders. *Education & Treatment of Children*, 39(4), 521-543.
- Peltier, C., & Vannest, K. J. (2016b). Utilizing the STAR Strategy to improve the mathematical problem-solving abilities of students with emotional and behavioral disorders. *Beyond Behavior*, 25(1), 9-15.
- Peltier, C., & Vannest, K. J. (2018). The effects of schema-based instruction on the

mathematical problem solving of students with emotional and behavioral disorders. *Behavioral Disorders*, 43 (2), 277-289.

■ Powell, S. R. (2011). Solving word problems using schemas: A review of the literature. *Learning Disabilities Research & Practice (Wiley-Blackwell)*, 26(2), 94-108.

■ Schurter, W. A. (2002). Comprehension monitoring: An aid to mathematical problem solving. *Journal of Developmental Education*, 26(2), 22-33.

■ Verschaffel, L., Greer, B., & DeCorte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester (Eds.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the national council of teachers of mathematics* (pp. 557-628). Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc.

